数理解析研究所講究録
第 1625 巻 2009 年 212-232

算法発揮について

宝塚東高等学校　藤井康生 (Yasuo Fujii)
Takarazuka Higashi High School

第I部
算法発揮の消去法について

井関知辰の『算法発揮』(元禄 3 年，1690) は上巻に未知数の消去法を述べ，中巻に問題 7 題そして下巻にその解法を載せている．上巻に載せられている消去法は，現代風に言えば終結式を求めている．行列式によって計算したと言われているが，井関がどのようにして終結式を求めたかを考えてみたい．算法発揮上巻に載せられている消去の方法に関して、3 次式について考えてみる．

$ax^3+bx^2+cx+d=0 \ \cdots(\mathrm{I})$

$kx^3+lx^2+mx+n=0 \ \cdots(\mathrm{II})$

より x を消去する方法について、本文とは異なるが次数の高いほうより書く．

$a\times(\mathrm{II})-k\times(\mathrm{I})$

$(al-bk)x^2+(am-ck)x+(an-dk)=0 \ \cdots(1)$

$(1)\times x+b\times(\mathrm{II})-l\times(\mathrm{I})$

$(am-ck)x^2+\{(bm-cl)+(an-dk)\}x+(bn-dl)=0 \ \cdots(2)$

$(2)\times x+c\times(\mathrm{II})-m\times(\mathrm{I})$

$(an-dk)x^2+(bn-dl)x+(cn-dm)=0 \ \cdots(3)$

$al-bk=p \quad am-ck=q \quad an-dk=r$

$bm-cl=u \quad bn-dl=s \quad cn-dm=t$ とする．

(1)，(2)，(3) 式を書く

$px^2+qx+r=0\ \cdots(1)$

$qx^2+(u+r)x+s=0\ \cdots(2)$

$rx^2+sx+t=0\ \cdots(3)$

(1)，(3)2 式より 2 次の場合と同様に計算すれば x を消去することができ，このことは『算法天元録』に 2 つの 3 次式より 2 つの 2 次式を導き,2 つの 2 次式より 2 つの 1 次式を導き x を消去することが載せられている．この方法では p,q,r,s,t,u の 4 次式になる．(a,b,c,d,k,l,m,n については 8 次式になる．)
ところが、算法発揮や解伏題では (1)，(2)，(3)3 式を用いて x を消去しており，この方法では p,q,r,s,t,u の 3 次式になる．(a,b,c,d,k,l,m,n については 6 次式になる．)
以上の説明では算法発揮や解伏題の消去法が有効である事はわかりますが，なぜ (1)，(2)，(3)3 式を用いて x を消去することに考えが及んだのは不明のままでした．
以下に「なぜ (1)，(2)，(3)3 式を用いたのか」，について考えてみる．
まずはじめに (1)，(3)2 式より x を消去してみる．

$(pt-r^2)^2+(qr-ps)(qt-rs)=0$

上式は p,q,r,s,t,u の 4 次式になるが，

$q\times s-p\times t=u\times r$ の関係があるので

(これは $(am-ck)(bn-dl)-(al-bk)(cn-dm)=(bm-cl)(an-dk)$ より明らか)

r で約せ 3 次式，$-ptu-2prt+ps^2+q^2t-qrs+r^3=0\ \cdots(4)$ となる．

同様に (1)，(2) 式，(2)，(3) 式から x を消去しても上記 (4) 式となる．次に (4) 式を p,q,r について整理してみる．

$p\{s^2-(u+r)t\}-q(rs-qt)+r\{(u+r)r-qs\}=0$ と整理できる．

この式が，算法発揮に載せられている結果である．このように先の (1)(2)(3) 式のいずれの 2 つを組み合わせても結果は (4) 式になること，(4) 式を上記のように整理することを考えれば (1)(2)(3)3 式を用いて計算することに考えが及んだものと思われる．

第 II 部

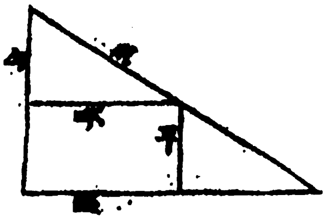
算法発揮術文の注

「氐 (てい)」を見かけの近い文字「氏」としています．

1　第一問

1.1　問題

今図の如く勾股（直角三角形）内に長平（長方形）を内接させたものがある．



$只 = 弦 + 外余積$　　$又 = 勾 + 長$　　$別 = 股 + 平$

が与えられたとき，勾，股，弦，長，平の長さを問う．

1.2　術文

勾を未知数とする．

$又 - 勾 = 長$　　$(別 - 長)\,勾 = 角$

$勾 + 別 = 亢$　　$2\,只 - 勾 \times 別 = 氐$

$勾 + 2\,長 = 房$　　$4\,勾^2 + 4\,別^2 - 氐^2 = 心$

$8\,別 + 2\,氐 \times 房 = 尾$　　$房^2 - 4 = 箕$

$亢 \times 心 - 角 \times 尾 = 計$　　$角 \times 箕 + 心 = 牛$

$亢 \times 箕 + 尾 = 女$　　$計 \times 女 = 寄左$

$牛^2 - (寄左) = 0$

1.3　解説・演段

平を補助の未知数とする．

$勾 : 股 = 平 : (股 - 長)$　　$股 \times 平 = 勾\,(股 - 長)$

$(別 - 平)\,平 = 勾\,(別 - 平 - 長)$

$-(勾^2 + 別 \times 勾 - 勾 \times 又) + (別 + 勾)\,平 - 平^2 = 0$

$-角 + 亢 \times 平 - 平^2 = 0 \cdots$ 前式

$\frac{1}{2}勾 \times 股 = (外余積) + 長 \times 平 = (只 - 弦) + 長 \times 平$

$2\,弦 = 2\,只 + 2\,長 \times 平 - 勾 \times 股$　　$弦^2 = 勾^2 + 股^2$

$(2\,只 + 2\,長 \times 平 - 勾 \times 股)^2 = 4\,勾^2 + 4(別 - 平)^2$

$2\text{只}+2(\text{又}-\text{勾})\text{平}-\text{勾}(\text{別}-\text{平})=(2\text{只}-\text{勾}\times\text{別})+(2\text{長}+\text{勾})\text{平}$

$=2\text{只}+2\text{又}\times\text{平}-\text{勾}\times\text{平}-\text{勾}\times\text{別}=(2\text{只}-\text{勾}\times\text{別})+(2\text{又}-\text{勾})\text{平}=\text{氏}+\text{房}\times\text{平}$

$(2\text{只}-\text{勾}\times\text{別})^2+2(2\text{只}-\text{勾}\times\text{別})(2\text{又}-\text{勾})\text{平}+(2\text{又}-\text{勾})^2\text{平}^2$

$=4\text{勾}^2+4(\text{別}^2-2\text{別}\times\text{平}+\text{平}^2)$

$(4\text{勾}^2+4\text{別}^2-\text{氏}^2)+(-8\text{別}-2\text{氏}\times\text{房})\text{平}+(4-\text{房}^2)\text{平}^2=0$

$(\text{氏}^2-4\text{勾}^2-4\text{別}^2)+(8\text{別}+2\text{氏}\times\text{房})\text{平}+(\text{房}^2-4)\text{平}^2=0$

$-\text{心}+\text{尾}\times\text{平}+\text{箕}\times\text{平}^2=0$ ··· 後式

前式　$-\text{角}+\text{亢}\times\text{平}-\text{平}^2=0$

後式　$-\text{心}+\text{尾}\times\text{平}+\text{箕}\times\text{平}^2=0$

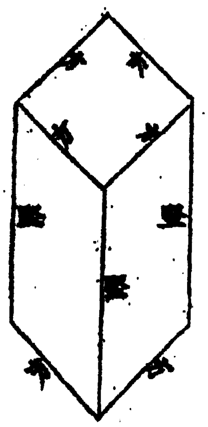
平陽図　$(\text{亢}\times\text{心}-\text{角}\times\text{尾})+(-\text{心}-\text{角}\times\text{箕})\text{平}=0$ ··· 第一式

$(-\text{心}-\text{角}\times\text{箕})+(\text{尾}+\text{亢}\times\text{箕})\text{平}=0$ ··· 第二式

陰図　$\text{計}\times\text{女}-\text{牛}^2=0$

2　第二問

2.1　問題



今図のように方堅（底面が正方形の角柱）がある．

$\text{只}=\text{積}$　$\text{又}=\sqrt{\text{方}}+\sqrt{\text{堅}}+\sqrt{\text{堅}-\text{方}}$

が与えられたとき，方，堅の長さを問う．

2.2　術文

未知数を方とする．

$4\text{方}^2+\text{又}^4=\text{角}$　$4\text{又}^2-4\text{方}=\text{亢}$

$\text{角}\times\text{方}^2-\text{亢}\times\text{積}=\text{氏}$　$\text{方}^2\times\text{積}\times16\text{又}^6=\text{寄左}$

$\text{氏}^2-(\text{寄左})=0$

2.3　解説・演段

$\sqrt{\text{竪}}$ を補助の未知数とする．

$-\text{只}+\text{方}^2(\sqrt{\text{竪}})^2=0\ \cdots$ 前式

$\text{又}-\sqrt{\text{竪}}=\sqrt{\text{方}}+\sqrt{\text{竪}-\text{方}}$

$\text{又}^2-2\,\text{又}\sqrt{\text{竪}}+\text{竪}=\text{方}+2\sqrt{\text{方}}\sqrt{\text{竪}-\text{方}}+\text{竪}-\text{方}$

$\text{又}^2-2\,\text{又}\sqrt{\text{竪}}=2\sqrt{\text{方}\,(\text{竪}-\text{方})}$

$\text{又}^4-4\,\text{又}^3\sqrt{\text{竪}}+4\,\text{又}^2\times\text{竪}=4\,\text{方}\times\text{竪}-4\,\text{方}^2$

$(\text{又}^4+4\,\text{方}^2)-4\,\text{又}^3\sqrt{\text{竪}}+(4\,\text{又}^2-4\,\text{方})(\sqrt{\text{竪}})^2=0\ \cdots$ 後式

前式　$-\text{積}+\text{方}^2(\sqrt{\text{竪}})^2=0$

後式　$\text{角}-4\,\text{又}^3\sqrt{\text{竪}}+\text{亢}\,(\sqrt{\text{竪}})^2=0$

陽図　$4\,\text{積}\times\text{又}^3+(-\text{角}\times\text{方}^2-\text{亢}\times\text{積})\sqrt{\text{竪}}=0\ \cdots$ 第一式

　　　$(-\text{角}\times\text{方}^2-\text{亢}\times\text{積})+4\,\text{方}^2\times\text{又}^3\sqrt{\text{竪}}=0\ \cdots$ 第二式

陰図　$16\,\text{積}\times\text{又}^6\times\text{方}^2-\text{氏}^2=0$

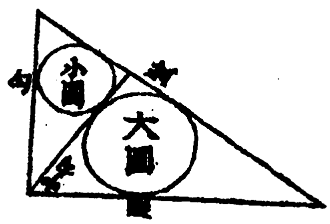
3　第三問

3.1　問題

今図のように勾股（直角三角形）内に中勾を隔てて大小円を内接させたものがある．

$\text{只}=\text{外余積}+(\text{股}-\text{勾})$　　$\text{又}=(\text{大}-\text{小})+(\text{弦}-\text{股})$

が与えられたとき，勾，股，弦，大，小の長さを問う．



3.2　術文

勾を未知数とする．

$\text{勾}+2=\text{角}$　$8\,\text{勾}\times\text{円積法}-\text{角}=\text{亢}$

$\text{勾}-\text{又}=\text{氏}$　$2\,\text{勾}+2\,\text{勾}^2\times\text{円積法}+2\,\text{只}=\text{房}$

$2\,\text{角}\times\text{勾}^2-2\,\text{氏}\times\text{房}=\text{心}$　$\text{亢}\times\text{氏}-\text{角}\times\text{氏}=\text{尾}$

$角 + 2\,氏 \times 円積法 = 箕 \quad 2\,勾^2 \times 亢 + 2\,勾^2 \times 箕 - 2\,氏 \times 房 = 計$

$4\,勾^2 \times 円積法 + 2\,房 = 牛 \quad 亢 + 2\,氏 \times 円積法 = 女$

$4\,勾^2 \times 尾 \times 箕 \times 牛 + 2\,心 \times 牛^2 = 寄左$

$勾^2 \times 尾^2 \times 女 + 2\,勾^2 \times 箕^2 \times 計 + 心 \times 計 \times 女 - (寄左) = 0$

3.3 解説・演段

$小 : 本 = 勾 : 弦 \quad 小 \times 弦 = 本 \times 勾$ 　本は直角三角形の内接円の直径

$大 : 本 = 股 : 弦 \quad 大 \times 弦 = 本 \times 股$

$(大 - 小)\,弦 = 本\,(股 - 勾)$

$(大^2 + 小^2)\,弦^2 = 本^2(股^2 + 勾^2) = 本^2 \times 弦^2 \quad 大^2 + 小^2 = 本^2$

$弦 - 股$ を補助の未知数とする.

$本 = 勾 + 股 - 弦 = 勾 - (弦 - 股) = 甲$

$股 - 勾$ を $弦 - 股$ で表す. そのために股を求める.

$勾^2 - (弦 - 股)^2 = 勾^2 - 弦^2 - 股^2 + 2\,弦 \times 股 = 2\,股\,(弦 - 股) = 乙$

$乙 - 2\,勾\,(弦 - 股) = 2(股 - 勾)(弦 - 股) = 丙$

$只 = 外余積 + (股 - 勾)$

$= \frac{1}{2}勾 \times 股 - (大^2 + 小^2)\,円積法 + (股 - 勾)$

$= \frac{乙 \times 勾}{4(弦 - 股)} - 本^2 \times 円積法 + \frac{丙}{2(弦 - 股)}$

$4\,只\,(弦 - 股) = 乙 \times 勾 - 4\,本^2 \times 円積法\,(弦 - 股) + 2\,丙$

$= \{\,勾^2 - (弦 - 股)^2\}\,勾 - 4\{\,勾 - (弦 - 股)\}^2 円積法\,(弦 - 股)$

$+2\{\,勾^2 - (弦 - 股)^2 - 2\,勾\,(弦 - 股)\}$

$(勾^3 + 2\,勾^2) + (-4\,勾^2 \times 円積法 - 4\,勾 - 4\,只)(弦 - 股)$

$+(-勾 + 8\,勾 \times 円積法 - 2)(弦 - 股)^2 - 4\,円積法\,(弦 - 股)^3 = 0 \cdots$ 前式

$又 = (大 - 小) + (弦 - 股)$

$$=本\frac{股-勾}{弦}+(弦-股)$$

$$\{又-(弦-股)\}弦=本(股-勾)$$

$$\{又-(弦-股)\}弦=\{勾-(弦-股)\}\frac{丙}{2(弦-股)}$$

$$弦=(弦-股)+股=(弦-股)+\frac{乙}{2(弦-股)}$$

$$\{又-(弦-股)\}\{2(弦-股)^2+勾^2-(弦-股)^2\}$$

$$=\{勾-(弦-股)\}\{勾^2-(弦-股)^2-2勾(弦-股)\}$$

$$(-勾^2\times又+勾^3)+(-2勾^2)(弦-股)+(-又+勾)(弦-股)^2+2(弦-股)^3=0\ \cdots\ 後式$$

前式　$勾^2\times角-2房(弦-股)+亢(弦-股)^2-4円積法(弦-股)^3=0$

後式　$勾^2\times氐-2勾^2(弦-股)+氐(弦-股)^2+2(弦-股)^3=0$

陽図

$$2勾^2\times房-2勾^4\times角)+(-勾^2\times亢\times氐+勾^2\times角\times氐)(弦-股)$$

$$+(4勾^2\times氐\times円積法+2勾^2\times角)(弦-股)^2=0$$

$$(-勾^2\times亢\times氐+勾^2\times角\times氐)$$

$$+(4勾^2\times氐\times円積法+2勾^2\times角+2勾^2\times亢-2氐\times房)(弦-股)$$

$$+(-8勾^2\times円積法-4房)(弦-股)^2=0$$

$$(4勾^2\times氐\times円積法+2勾^2\times角)$$

$$+(-8勾^2\times円積法-4房)(弦-股)+(4氐\times円積法+2亢)(弦-股)^2=0$$

別図

$$-心-尾(弦-股)+2箕(弦-股)^2=0$$

$$-勾^2\times尾+計(弦-股)-2牛(弦-股)^2=0$$

$$勾^2\times箕-牛(弦-股)+女(弦-股)^2=0$$

陰率

$$-心\times計\times女+2勾^2\times尾\times箕\times牛+2勾^2\times尾\times箕\times牛$$

$$2心\times牛^2-勾^2\times尾\times女-2勾^2\times箕^2\times計$$

$$4勾^2\times尾\times箕\times牛+2心\times牛=寄左$$

$$勾^2\times尾^2\times女+2勾^2\times箕^2\times計+心\times計\times女-(寄左)=0$$

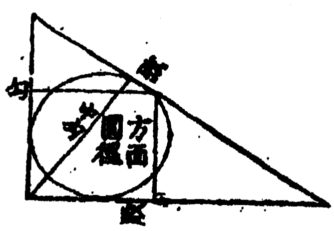
4　第四問

4.1　問題

今図のように勾股（直角三角形）内に方（正方形）と円を内接させたものがある．

$\text{只}=\text{方の外余積}+\text{圓}$　　$\text{又}=\text{圓の外余積}+\text{中勾}$

勾，股，弦，中勾，圓，方の長さを問う．



4.2　術文

方を未知数とする．

$\text{方}^2+\text{只}=\text{角}$　　$4\,\text{方}+4\,\text{角}=\text{亢}$

$\text{方}+4=\text{氐}$　　$(\text{方}+2)\,\text{円積法}=\text{房}$

$2\,\text{角}\times\text{円積法}-(\text{方}+2)=\text{心}$　　$\text{方}+\text{角}-\text{又}=\text{尾}$

$\text{方}\times\text{角}+2\,\text{方}\times 4\,\text{角}-(\text{方}\times\text{又}+2\,\text{又})=\text{箕}$

$\text{亢}\times\text{尾}-2\,\text{方}\times\text{箕}=\text{斗}$　　$\text{氐}\times\text{尾}+2\,\text{方}\times\text{心}=\text{牛}$

$4\,\text{方}\times\text{角}\times\text{房}+\text{氐}\times\text{箕}+\text{亢}\times\text{心}=\text{女}$

$8\,\text{方}\times\text{角}\times\text{亢}\times\text{房}\times\text{牛}+\text{氐}\times\text{斗}\times\text{女}=\text{寄左}$

$8\,\text{方}^2\times\text{角}\times\text{房}\times\text{女}+2\,\text{角}\times\text{氐}\times\text{牛}^2+\text{亢}^2\times\text{房}\times\text{斗}=\text{寄左相消}$

4.3　解説・演段

$\text{方}=\dfrac{\text{勾}\times\text{股}}{\text{勾}+\text{股}}$　円を補助の未知数とする．

$2\,\text{只}=\text{勾}\times\text{股}-2\,\text{方}^2+2\,\text{円}$

$2\,\text{又}=\text{勾}\times\text{股}-2\,\text{円}^2\times\text{円積法}+2\,\text{中勾}$

$\text{勾}\times\text{股}=\text{中勾}\times\text{弦}$　　$\text{勾}+\text{股}=\text{円}+\text{弦}$

$2\,\text{勾}\times\text{股}=(\text{勾}+\text{股})^2-\text{弦}^2=(\text{円}+\text{弦})^2-\text{弦}^2=\text{円}^2+2\,\text{円}\times\text{弦}$

$2(\text{円}+\text{弦})\,\text{方}=\text{円}^2+2\,\text{円}\times\text{弦}$　　$2\,\text{弦}\,(\text{円}-\text{方})=\text{円}\,(2\,\text{方}-\text{円})$

$\text{弦}=\dfrac{\text{円}\,(2\,\text{方}-\text{円})}{2(\text{円}-\text{方})}$

$$2\,\text{勾}\times\text{股}=\text{円}^2+\frac{\text{円}^2(2\,\text{方}-\text{円})}{\text{円}-\text{方}}$$

$$=\frac{\text{円}^2}{\text{円}-\text{方}}\times(\text{円}-\text{方}+2\,\text{方}-\text{円})=\frac{\text{方}\times\text{円}^2}{\text{円}-\text{方}}$$

$$4\,\text{只}=\frac{\text{方}\times\text{円}^2}{\text{円}-\text{方}}-4\,\text{方}^2+4\,\text{円}$$

$$4\,\text{只}\,(\text{円}-\text{方})=\text{方}\times\text{円}^2-4\,\text{方}^2(\text{円}-\text{方})+4\,\text{円}\,(\text{円}-\text{方})$$

$$4\,\text{只}\times\text{円}-4\,\text{只}\times\text{方}=\text{方}\times\text{円}^2-4\,\text{方}^2\times\text{円}+4\,\text{方}^3+4\,\text{円}^2-4\,\text{円}\times\text{方}$$

$$(-4\,\text{方}^3+4\,\text{只}\times\text{方})+(4\,\text{只}+4\,\text{方}+4\,\text{方}^2)\,\text{円}+(-\text{方}-4)\,\text{円}^2=0$$

$$-4\,\text{方}\times\text{角}+\text{亢}\times\text{円}-\text{氐}\times\text{円}^2=0\ \cdots\ \text{前式}$$

$$(\text{只}-\text{円})+\text{方}^2=\text{甲}=\text{勾股積}$$

$$\text{中勾}=\frac{\text{勾}\times\text{股}}{\text{弦}}\qquad\text{中勾}\times\text{弦}=2\,\text{甲}$$

$$\text{方}=\frac{\text{勾}\times\text{股}}{\text{勾}+\text{股}}\qquad\text{方}\,(\text{勾}+\text{股})=2\,\text{甲}\qquad\text{方}\,(\text{円}+\text{弦})=2\,\text{甲}$$

$$\text{中勾}\times\text{弦}=\text{方}\times\text{円}+\text{方}\times\text{弦}\qquad(\text{中勾}-\text{方})\,\text{弦}=\text{方}\times\text{円}$$

$$(\text{中勾}-\text{方})\,\text{中勾}\times\text{弦}=\text{方}\times\text{円}\times\text{中勾}$$

$$(\text{中勾}-\text{方})2\,\text{甲}=\text{方}\times\text{円}\times\text{中勾}$$

$$\text{又}+\text{円}^2\times\text{円積法}-\text{甲}=\text{中勾}=\text{乙}$$

$$2\{\,\text{又}+\text{円}^2\times\text{円積法}-(\text{只}-\text{円})-\text{方}^2-\text{方}\,\}(\text{只}-\text{円}+\text{方}^2)$$

$$=\text{方}\times\text{円}\,(\text{又}+\text{円}^2\times\text{円積法}-\text{只}+\text{円}-\text{方}^2)$$

$$2(\text{又}+\text{円}^2\times\text{円積法}+\text{円}-\text{角}-\text{方})(\text{角}-\text{円})=\text{方}\times\text{円}\,(\text{又}+\text{円}^2\times\text{円積法}+\text{円}-\text{角})$$

$$2\,\text{又}\times\text{角}+2\,\text{円}^2\times\text{円積法}\times\text{角}+2\,\text{円}\times\text{角}-2\,\text{角}^2-2\,\text{方}\times\text{角}-2\,\text{円}\times\text{又}$$

$$-2\,\text{円}^3\times\text{円積法}-2\,\text{円}^2+2\,\text{円}\times\text{角}+2\,\text{方}\times\text{円}$$

$$=\text{又}\times\text{方}\times\text{円}+\text{方}\times\text{円}^3\times\text{円積法}+\text{方}\times\text{円}^2-\text{方}\times\text{円}\times\text{角}$$

$$(2\,\text{又}\times\text{角}-2\,\text{方}\times\text{角}-2\,\text{角}^2)+(4\,\text{角}-2\,\text{又}+2\,\text{方}-\text{又}\times\text{方}+\text{方}\times\text{角})\,\text{円}$$

$$+(2\,\text{角}\times\text{円積法}-2-\text{方})\,\text{円}^2+(-2\,\text{円積法}-\text{方}\times\text{円積法})\,\text{円}^3=0$$

$$-2\,\text{角}\times\text{尾}+\text{箕}\times\text{円}+\text{心}\times\text{円}^2-\text{房}\times\text{円}^3=0\ \cdots\ \text{後式}$$

前式　$-4\text{方}\times\text{角}+\text{亢}\times\text{円}-\text{氐}\times\text{円}^2+0\times\text{円}^3=0$

後式　$-2\text{角}\times\text{尾}+\text{箕}\times\text{円}+\text{心}\times\text{円}-\text{房}\times\text{円}^3=0$

陽図

$(2\text{角}\times\text{亢}\times\text{尾}-4\text{方}\times\text{角}\times\text{箕})+(-2\text{角}\times\text{氐}\times\text{尾}-4\text{方}\times\text{角}\times\text{心})\text{円}$

$+4\text{方}\times\text{角}\times\text{房}\times\text{円}=0$

$(-2\text{角}\times\text{氐}\times\text{尾}-4\text{方}\times\text{角}\times\text{心})+(4\text{方}\times\text{角}\times\text{房}+\text{氐}\times\text{箕}+\text{亢}\times\text{心})\text{円}$

$-\text{亢}\times\text{房}\times\text{円}^2=0$

$4\text{方}\times\text{角}\times\text{房}+(-\text{亢}\times\text{房})\text{円}+\text{氐}\times\text{房}\times\text{円}^2=0$

別図

$\text{計}-\text{牛}\times\text{円}+2\text{方}\times\text{房}\times\text{円}^2=0$

$-2\text{角}\times\text{牛}+\text{女}\times\text{円}-\text{亢}\times\text{房}\times\text{円}^2=0$

$4\text{方}\times\text{角}-\text{亢}\times\text{円}+\text{氐}\times\text{円}^2=0$

陰図

$\text{氐}\times\text{計}\times\text{女}\quad 4\text{方}\times\text{角}\times\text{亢}\times\text{房}\times\text{牛}\quad 4\text{方}\times\text{角}\times\text{亢}\times\text{房}\times\text{牛}$

$-\text{亢}^2\times\text{房}\times\text{計}\quad -2\text{角}\times\text{氐}\times\text{牛}^2\quad -8\text{方}\times\text{角}\times\text{房}\times\text{女}$

$8\text{方}\times\text{角}\times\text{亢}\times\text{房}\times\text{牛}+\text{氐}\times\text{計}\times\text{女}=\text{寄左}$

$8\text{方}^2\times\text{角}\times\text{房}\times\text{女}+2\text{角}\times\text{氐}\times\text{牛}^2+\text{亢}^2\times\text{房}\times\text{計}-(\text{寄左})=0$

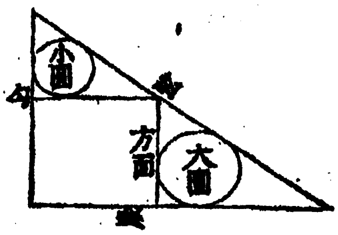
5　第五問

5.1　問題

今図のように勾股（直角三角形）内に方（正方形）を内接させ正方形と直角三角形に内接するように大，小円を容れたものがある．

只＝方の外余積　　又＝大－小

勾，股，弦，圓，方の長さを問う．



5.2 術文

勾を未知数とする.

$4\,勾 + 又 = 角 \quad 2\,勾 \times 又 - 又^2 = 亢$

$(勾^2 + 4\,外余積) - 2\,勾 \times 又 = 氐 \quad 3\,勾^2 + 外余積 = 房$

$2\,亢 - 2\,勾 \times 又 = 心 \quad 角 \times 又 + 2\,氐 = 尾$

$勾 \times 又 + 2\,房 = 箕 \quad 2\,勾 \times 氐 + 角 \times 亢 - 箕 \times 又 = 計$

$(亢 + 2\,房) - 2\,勾 \times 又 = 牛 \quad (2\,勾^3 + 角 \times 房) - 勾 \times 氐 = 女$

$心 \times 計 \times 女 + 4\,勾^3 \times 角 \times 心 \times 牛 + 勾 \times 角^2 \times 尾^2 \times 又 + 2\,勾 \times 尾 \times 箕 \times 牛 \times 又$

$+勾^3 \times 箕^2 \times 又 + 8\,勾^3 \times 尾 \times 女 \times 又 + 4\,勾 \times 角 \times 箕 \times 計 \times 又 + 4\,勾^3 \times 牛^2 \times 又 = 寄左$

$勾 \times 角^2 \times 心 \times 計 + 勾^2 \times 心 \times 牛^2 + 4\,勾^3 \times 心 \times 女 + 尾^2 \times 女 \times 又$

$+4\,勾^2 \times 角 \times 尾 \times 箕 \times 又 + 箕^2 \times 計 \times 又 + 4\,勾^2 \times 角 \times 尾 \times 牛 \times 又$

$+4\,勾 \times 計 \times 女 \times 又 + 8\,勾^3 \times 箕 \times 牛 \times 又 - (寄左) = 0$

5.3 解説・演段

本を補助の未知数とする.

$只 = \frac{1}{2}勾 \times 股 - 方^2 \quad 方 = \frac{勾 \times 股}{勾 + 股}$

$股 - 方 : 股 = 大 : 本 \quad 大 = \frac{本}{股}(股 - 方) = \frac{本 \times 股}{勾 + 股} \quad 勾 \times 大 = 方 \times 本$

$勾 - 方 : 勾 = 小 : 本 \quad 小 = \frac{本}{勾}(勾 - 方) = \frac{本 \times 勾}{勾 + 股}$

$大 + 小 = \frac{本\,(股 + 勾)}{勾 + 股} = 本 \quad 大 - 小 = 又$

$弦 = (勾 + 股) - 本 \quad 弦^2 = 勾^2 + 股^2$

$(勾 + 股)^2 - 2(勾 + 股)\,本 + 本^2 = 勾^2 + 股^2$

$2\,股\,(勾 - 本) - 2\,本 \times 勾 + 本^2 = 0 \quad 股 = \frac{本\,(2\,勾 - 本)}{2(勾 - 本)}$ (股を勾，本で表した)

$勾 + 股 = \frac{2\,勾^2 - 2\,勾 \times 本 + 2\,勾 \times 本 - 本^2}{2(勾 - 本)} = \frac{2\,勾^2 - 本^2}{2(勾 - 本)}$

$$又 = 大 - 小 = \frac{本\,(股 - 勾)}{股 + 勾}$$

$$又\,(勾 + 股) = 本\,(股 - 勾)$$

$$又\,(2\,勾^2 - 本^2) = 本\,\{\,本\,(2\,勾 - 本) - 2\,勾\,(勾 - 本)\}$$

$$2\,又 \times 勾^2 - 又 \times 本^2 = 本\,(2\,勾 \times 本 - 本^2 - 2\,勾^2 + 2\,勾 \times 本)$$

$$-2\,又 \times 勾^2 - 2\,勾^2 \times 本 + (又 + 4\,勾)\,本^2 - 本^3 = 0\ \cdots\ 前式$$

$$本 + 又 = 2\,大 \qquad 勾\,(本 + 又) = 2\,大 \times 勾 = 2\,本 \times 方$$

$$4\,本^2 \times 方^2 = 勾^2 \times 本^2 + 2\,勾^2 \times 本 \times 又 + 勾^2 \times 又^2$$

$$4\,本^2 \times 只 = 4\,本^2 \times 勾股積 - (勾^2 \times 本^2 + 2\,勾^2 \times 本 \times 又 + 勾^2 \times 又^2)$$

$$= 本^2 \times 勾 \frac{本\,(2\,勾 - 本)}{勾 - 本} - (勾^2 \times 本^2 + 2\,勾^2 \times 本 \times 又 + 勾^2 \times 又^2)$$

$$4\,本^2 \times 只\,(勾 - 本) = 本^3 \times 勾\,(2\,勾 - 本) - (勾^2 \times 本^2 + 2\,勾^2 \times 本 \times 又 + 勾^2 \times 又^2)(勾 - 本)$$

$$4\,本^2 \times 只 \times 勾 - 4\,本^3 \times 只 = 2\,勾^2 \times 本^3 - 勾 \times 本^4 - 勾^3 \times 本^2 - 2\,勾^3 \times 本 \times 又 - 勾^3 \times 又^2$$

$$+勾^2 \times 本^3 + 2\,勾^2 \times 本^2 \times 又 + 勾^2 \times 又^2 \times 本$$

$$勾^3 \times 又^2 + (2\,勾^3 \times 又 - 勾^2 \times 又^2)\,本 + (勾^3 - 2\,勾^2 \times 又 + 4\,只 \times 勾)\,本^2$$

$$+(-3\,勾^2 - 4\,只)\,本^3 + 勾 \times 本^4 = 0\ \cdots\ 後式$$

前式 $\quad -2\,勾^2 \times 又 - 2\,勾^2 \times 本 + 角 \times 本^2 - 本^3 = 0$

後式 $\quad 勾^3 \times 又^2 + 勾^2 \times 亢 \times 本 + 勾 \times 氐 \times 本^2 - 房 \times 本^3 + 勾 \times 本^4 = 0$

陽図

$$(2\,勾^5 \times 又^2 - 2\,勾^4 \times 亢 \times 又) + (-勾^3 \times 角 \times 又^2 - 2\,勾^3 \times 氐 \times 又)\,本$$

$$+(勾^3 \times 又^2 + 2\,勾^2 \times 房 \times 又)\,本^2 - 2\,勾^3 \times 又 \times 本^3 = 0\ \cdots\ 第一式$$

$$(-勾^3 \times 角 \times 又^2 - 2\,勾^3 \times 氐 \times 又) + (勾^3 \times 又^2 + 2\,勾^2 \times 房 \times 又 - 勾^2 \times 角 \times 亢 - 2\,勾^3 \times 氐)\,本$$

$$+(-2\,勾^3 \times 又 + 勾^2 \times 亢 + 2\,勾^2 \times 房)\,本^2 - 2\,勾^3 \times 本^3 = 0\ \cdots\ 第二式$$

$$(勾^3 \times 又^2 + 2\,勾^2 \times 房 \times 又) + (-2\,勾^3 \times 又 + 勾^2 \times 亢 + 2\,勾^2 \times 房)\,本$$

$$+(-2\,勾^3 + 勾 \times 氐 - 角 \times 房)\,本^2 + 勾 \times 角 \times 本^3 = 0\ \cdots\ 第三式$$

$$-2\,勾^3 \times 又 - 2\,勾^3 \times 本 + 勾 \times 角 \times 本^2 - 勾 \times 本^3 = 0\ \cdots\ 第四式$$

別図

$-$勾$^2\times$心$-$勾$\times$尾$\times$本$+$箕$\times$本$^2-2$勾$\times$本$^3=0$　ル$+$ヲ$x+$ワx^2+カ$x^3=0$

$-$勾$\times$尾$\times$又$-$計$\times$本$+$牛$\times$本$^2-2$勾$\times$本$^3=0$　ヨ$+$タ$x+$レx^2+ソ$x^3=0$

勾$^2\times$又$\times$箕$+$勾$^2\times$牛$\times$本$-$女$\times$本$^2-$勾$\times$角$\times$本$^3=0$　ツ$+$子$x+$ナx^2+ラ$x^3=0$

2勾$^2\times$又-2勾$^2\times$本$+$角$\times$本$^2-$本$^3=0$　ム$+$ウ$x+$井x^2+ノ$x^3=0$

陰率

正

ルタナノ　勾$^2\times$心$\times$計$\times$女

ルレラウ　2勾$^5\times$角$\times$心$\times$牛

ルソ子井　2勾$^5\times$角$\times$心$\times$牛

ヲヨラ井　勾$^3\times$角$^2\times$尾$^2\times$又

ヲレツノ　勾$^3\times$尾$\times$箕$\times$牛$\times$又

ヲソナム　4勾$^4\times$尾$\times$女$\times$又

ワヨ子ノ　勾$^3\times$尾$\times$箕$\times$牛$\times$又

ワタラム　2勾$^3\times$角$\times$箕$\times$計$\times$又

ワソツウ　4勾$^5\times$箕$^2\times$又

カヨナウ　4勾$^4\times$尾$\times$女$\times$又

カタツ井　2勾$^3\times$角$\times$箕$\times$計$\times$又

カレ子ム　4勾$^5\times$牛$^2\times$又

負

ルタラ井　勾$^3\times$角$^2\times$心$\times$計

ルレ子ノ　勾$^4\times$心$\times$牛^2

ルソナウ　4勾$^5\times$心$\times$女

ヲヨナノ　勾$^2\times$尾$^2\times$女$\times$又

ヲレラム　2勾$^4\times$角$\times$尾$\times$牛$\times$又

ヲソツ井　$2勾^4 \times 角 \times 尾 \times 箕 \times 又$

ワヨラウ　$2勾^4 \times 角 \times 尾 \times 箕 \times 又$

ワタツノ　$勾^2 \times 箕^2 \times 計 \times 又$

ワソ子ム　$4勾^5 \times 箕 \times 牛 \times 又$

カヨ子井　$2勾^4 \times 角 \times 尾 \times 牛 \times 又$

カタナム　$4勾^3 \times 計 \times 女 \times 又$

カレツク　$4勾^5 \times 箕 \times 牛 \times 又$

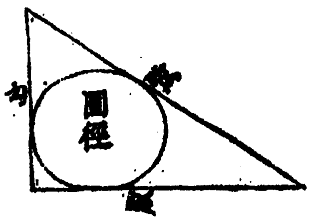
6　第六問

6.1　問題

今図のように勾股（直角三角形）内に円を内接させたものがある．

$只 = 外余積 + 勾^2$　　$又 = 弦^2 + 股^2$

勾，股，弦，圓の長さを問う．



6.2　術文

弦を未知数とする．

$又 - 弦^2 = 股^2$　$弦^2 - (又 - 弦^2) = 勾^2$

$勾^2 \times 股^2 = 角$　$(又 - 弦^2)(2弦^2 - 又) = 角$

$只 - 勾^2 = 外余積 = 亢$　$4円積法 - 1 = 氐$

$角 \times 氐 + 4亢 \times 弦^2 = 房$　$4弦^3 - 8亢 \times 弦 = 心$

$4弦^2 - 2亢 = 尾$　$4弦 \times 氐 - 2弦 = 箕$

$氐^2 \times 房^2 + 64亢^2 \times 弦^4 + 4亢^2 \times 尾^2 + 2角 \times 箕 \times 弦^3 + 4亢 \times 氐 \times 房 \times 尾$

$+16亢 \times 氐 \times 房 \times 弦^2 + 2亢^2 \times 心 \times 箕 = 寄左$

$(4角 \times 氐 \times 尾 \times 弦 + 4亢 \times 房 \times 箕 + 16亢^2 \times 氐 \times 心 + 角 \times 氐^2 \times 心$

$+32亢^2 \times 尾 \times 弦)弦 = 寄左相消$

6.3 解説・演段

円を補助の未知数とする

$\text{股}^2 = \text{又} - \text{弦}^2 \qquad \text{勾}^2 = \text{弦}^2 - \text{股}^2 \qquad \text{外余積} = \text{只} - \text{勾}^2 = \text{亢}$

$\text{勾股積} - \text{円}^2 \times \text{円積法} = \text{只} - \text{勾}^2$

$2\,\text{勾} \times \text{股} = 4(\text{只} - \text{勾}^2) + 4\,\text{円}^2 \times \text{円積法}$

$(\text{股} + \text{勾})^2 - \text{弦}^2 = 2\,\text{勾} \times \text{股} = (\text{円} + \text{弦})^2 - \text{弦}^2 = \text{円}^2 + 2\,\text{円} \times \text{弦}$

$\text{円}^2 + 2\,\text{円} \times \text{弦} = 4(\text{只} - \text{勾}^2) + \text{円}^2 \times \text{円積法} \qquad \text{外余積} = \text{只} - (2\,\text{弦} - \text{又})$

$-4\,\text{外余積} + 2\,\text{弦} \times \text{円} + (-4\,\text{円積法} + 1)\,\text{円}^2 = 0 \;\cdots\;$ 前式

$(\text{円}^2 + 2\,\text{円} \times \text{弦})^2 = 16(\text{勾股積})^2 = 4\,\text{勾}^2 \times \text{股}^2$

$-4\,\text{勾}^2 \times \text{股}^2 + 4\,\text{弦}^2 \times \text{円}^2 + 4\,\text{弦} \times \text{円}^3 + \text{円}^4 = 0 \;\cdots\;$ 後式

前式　$-4\,\text{亢} + 2\,\text{弦} \times \text{円} - \text{氏} \times \text{円}^2 = 0$

後式　$-4\,\text{角} + 4\,\text{弦}^2 \times \text{円}^2 + 4\,\text{弦} \times \text{円}^3 + \text{円}^4 = 0$

陽図

$8\,\text{弦} \times \text{角} + (-4\,\text{角} \times \text{氏} - 16\,\text{亢} \times \text{弦}^2)\,\text{円} - 16\,\text{亢} \times \text{弦} \times \text{円}^2 - 4\,\text{亢} \times \text{円}^3 = 0$　第一式

$(-4\,\text{角} \times \text{氏} - 16\,\text{亢} \times \text{弦}^2) + (-16\,\text{亢} \times \text{弦} + 8\,\text{弦}^3)\,\text{円} + (-4\,\text{亢} + 8\,\text{弦}^2)\,\text{円}^2 + 2\,\text{弦} \times \text{円}^3 = 0$　第二式

$-16\,\text{亢} \times \text{弦} + (-4\,\text{亢} + 8\,\text{弦}^2)\,\text{円} + (2\,\text{弦} - 4\,\text{氏} \times \text{弦})\,\text{円}^2 - \text{氏} \times \text{円}^3 = 0$　第三式

$-4\,\text{亢} + 2\,\text{弦} \times \text{円} - \text{氏} \times \text{円}^2 = 0$　第四式

別図

$2\,\text{弦} \times \text{角} - \text{房} \times \text{円} - 4\,\text{亢} \times \text{弦} \times \text{円}^2 - \text{亢} \times \text{円}^3 = 0 \quad \text{ル} + \text{ヲ}\,x + \text{ワ}\,x^2 + \text{カ}\,x^3 = 0$

$-2\,\text{房} + \text{心} \times \text{円} + \text{尾} \times \text{円}^2 + \text{弦} \times \text{円}^3 = 0 \quad \text{ヨ} + \text{タ}\,x + \text{レ}\,x^2 + \text{ソ}\,x^3 = 0$

$-16\,\text{亢} \times \text{弦} + 2\,\text{尾} \times \text{円} - \text{箕} \times \text{円}^2 - \text{氏} \times \text{円}^3 = 0 \quad \text{ツ} + \text{子}\,x + \text{ナ}\,x^2 + \text{ラ}\,x^3 = 0$

$-4\,\text{亢} + 2\,\text{弦} \times \text{円} - \text{氏} \times \text{円}^2 = 0 \quad \text{ム} + \text{ウ}\,x + \text{井}\,x^2 = 0 \quad (\text{ノ} = 0)$

陰率
正

ルレラウ　$-4\,\text{角} \times \text{氏} \times \text{尾} \times \text{弦}^2$

ルソ子井　-4 角 × 氏 × 尾 × 弦^2

ヲヨラ井　2 氏^2 × 房^2

ヲソナム　-4 亢 × 房 × 箕 × 弦

ワタラム　-16 亢^2 × 氏 × 心 × 弦

クソツウ　128 亢^2 × 弦^4

カヨナラ　-4 亢 × 房 × 箕 × 弦

カタツ井　-16 亢^2 × 氏 × 心 × 弦

カレ子ム　8 亢^2 × 尾^2

負

ルタラ井　-2 角 × 氏^2 × 心 × 弦

ルソナウ　4 角 × 箕 × 弦^3

ヲレラム　4 亢 × 氏 × 房 × 尾

ヲソツ井　16 亢 × 氏 × 房 × 弦^2

ワヨラウ　16 亢 × 氏 × 房 × 弦^2

ワソ子ム　-32 亢^2 × 尾 × 弦^2

カヨ子井　4 亢 × 氏 × 房 × 尾

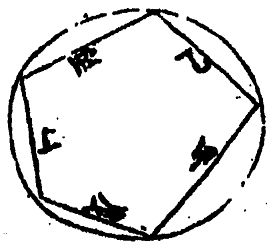
カタナム　4 亢^2 × 心 × 箕

カレツウ　-32 亢^2 × 尾 × 弦^2

7　第七問

7.1　問題

今円内に五斜（五角形）を内接させたものがある．
甲，乙，丙，丁，戊，の長さが与えられたとき円の直径を問う．



7.2 術文

円^2 = 角　(乙^4 + 丙^4 − 2 乙^2 × 丙^2) 角 = 亢

角 × 乙^2 + 角 × 丙^2 − 2 乙^2 × 丙^2 = 氐

丁^4 + 戊^4 − 2 丁^2 × 戊^2 = 房

角 × 丁^2 + 角 × 戊^2 − 2 丁^2 × 戊^2 = 心

角 − 2 甲^2 = 尾

2 角^2 × 甲^2 + 2 心 × 尾 − 角 × 氐 = 箕

(6 角^2 × 甲^4 + 8 心 × 尾 × 甲^2 + 4 房 × 尾^2 + 4 心^2)

−(2 角^2 × 房 + 4 角 × 心 × 甲^2 + 角 × 亢) = 計

(角^2 × 甲^6 + 房 × 心 × 尾 + 心 × 尾 × 甲^4 + 2 心^2 × 甲^2)

−(角^2 × 房 × 甲^2 + 2 角 × 房 × 尾 × 甲^2 + 2 角 × 心 × 甲^4) = 牛

(角^2 × 房^2 − 角^2 × 甲^8 + 4 心^2 × 甲^4 + 2 角^2 × 房 × 甲^4)

−(4 角 × 房 × 心 × 甲^2 + 4 角 × 心 × 甲^6) = 女

4 亢 × 牛 − 2 氐 × 女 = 虚

亢 × 計 − 角 × 女 = 危

亢 × 箕 + 氐 × 計 − 2 角 × 牛 = 室

角 × 危^2 + 4 亢^2 × 箕 × 室 + 8 氐^2 × 箕 × 虚 = 寄左

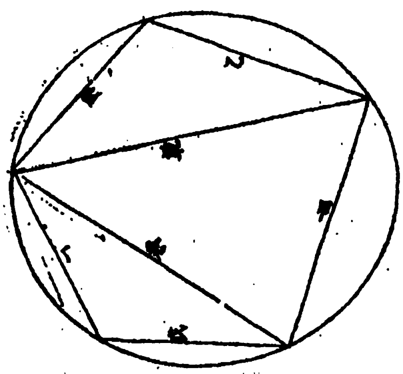
2 角 × 室 × 虚 + 8 亢 × 氐 × 箕 × 危 = 寄左相消

7.3 解説・演段

兊を未知数とする

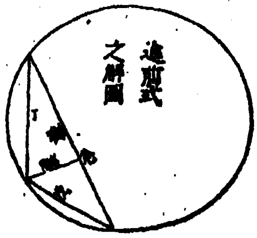
兊^2 + 丁^2 − 戊^2 = 2 兊 × 離

(戊^4 − 2 戊^2 × 丁^2 + 丁^4) + 2(−戊^2 + 丁^2) 兊^2 + 兊^4 = 4 兊^2 × 離^2 = 天



4 丁^2 × 兊^2 − 天 = 4 兊^2 × 震^2

4 兊^2 × 震^2 × 円^2 = (−角 × 戊^4 + 2 角 × 丁^2 × 戊^2 − 角 × 丁^4)

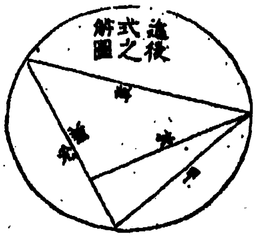


$+2(角\times丁^2+角\times戊^2)\,癸^2-角\times癸^4=寄左$

$丁^2\times戊^2=円^2\times震^2 \qquad 4\,丁^2\times戊\times癸^2=寄左相消$

$(-角\times戊^4+2\,角\times戊^2\times丁^2-角\times丁^4)$

$+(-4\,丁^2\times戊^2+2\,角\times丁^2+2\,角\times戊^2)\,癸^2-角\times癸^4=0\ \cdots\ 進前式$



$癸^2+乾^2-甲^2=2\,癸\times巽 \qquad \{(-甲^2+乾^2)+癸^2\}^2=4\,癸^2\times巽^2=地$

$(甲^4-2\,甲^2\times乾^2+乾^4)+(-2\,甲^2+2\,乾^2)\,癸^2+癸^4=地$

$4\,乾^2\times癸^2-地=4\,癸^2\times坎^2$

$=(-甲^4+2\,甲^2\times乾^2-乾^4)+(2\,甲^2+2\,乾^2)\,癸^2-癸^4$

$4\,癸^2\times坎^2\times円^2=(-角\times甲^4+2\,角\times甲^2\times乾^2-角\times乾^4)$

$+(2\,角\times甲^2+2\,角\times乾^2)\,癸^2-角\times癸^4=寄再$

$乾^2\times甲^2=円^2\times坎^2 \qquad 4\,乾^2\times甲^2\times癸^2=寄再相消$

$(-角\times甲^4+2\,角\times甲^2\times乾^2-角\times乾^4)$

$+(-4\,甲^2\times乾^2+2\,角\times甲^2+2\,角\times乾^2)\,癸^2-角\times癸^4=0\ \cdots\ 進後式$

進前式 $角\times子+丑\times癸^2-角\times癸^4=0$

後前式 $角\times寅+卯\times癸^2-角\times癸^4=0$

$(-丑\times寅+子\times卯)+(角\times寅-角\times子)\,癸^2=0$

$(角\times寅-角\times子)+(卯-丑)\,癸^2=0$

$(-丑\times寅+子\times卯)(卯-丑)=丑^2\times寅-子\times卯\times丑-丑\times寅\times卯+子\times卯^2$

$-(角\times寅-角\times子)(角\times寅-角\times子)=-角^2\times寅^2+2\,角^2\times寅\times子-角^2\times子^2$

$乾^2+乙^2-丙^2=2\,乾\times艮 \qquad (乾^2+乙^2-丙^2)^2=4\,乾^2\times艮^2=上$

$=(丙^4-2\,乙^2\times丙^2+乙^4)+(-2\,丙^2+2\,乙^2)\,乾^2+乾^4=上$

$4\,乙^2\times乾^2-上=4\,乾^2\times坤^2 \qquad 4\,乾^2\times坤^2\times円^2=下$

$(-角\times丙^4+2\,角\times乙^2\times丙^2-角\times乙^4)+(2\,角\times丙^2+2\,角\times乙)\,乾^2-角\times乾^4=下$

$乙^2\times丙^2=円^2\times坤^2 \qquad 4\,乾^2\times乙^2\times丙^2=下位相消$

$(-角\times丙^4+2角\times乙^2\times丙^2-角\times乙^4)$

$+(-4乙^2\times丙^2+2角\times丙^2+2角\times乙^2)乾^2-角\times乾^4=0$ $\cdots$ 退前式

$-亢+2氐\times乾^2-角\times乾^4=0$

$-丁^4+2丁^2\times戊^2-戊^4=子\qquad 子=-房$

$2円^2\times丁^2+2円^2\times戊^2-4丁^2\times戊^2=丑$

$2角\times丁^2+2角\times戊^2-4丁^2\times戊^2=丑\qquad 丑=2心$

$-乾^4+2甲^2\times乾^2-甲^4=寅$

$2円^2\times乾^2+2円^2\times甲^2-4甲^2\times乾^2=2角\times甲^2+(-4甲^2+2角)乾^2=卯$

$丑^2\times寅+子\times卯^2+2円^4\times子\times寅=辰$

$丑^2\times寅=4心^2(-乾^4+2甲^2\times乾^2-甲^4)=-4心^2\times甲^4+8心^2\times甲^2\times乾^2-4心^2\times乾^4$

$子\times卯^2=-房(2角\times甲^2+2尾\times乾^2)^2$

$=-4角^2\times房\times甲^4-8角\times房\times尾\times甲^2\times乾^2-4房\times尾^2\times乾^4$

$2円^4\times子\times寅=2角^2(-房)(-乾^4+2甲^2\times乾^2-甲^4)$

$=2角^2\times房\times甲^4-4角^2\times房\times甲^2\times乾^2+2角^2\times房\times乾^4$

$辰=(-4心\times甲^4-2角^2\times房\times甲^4)+(8心^2\times甲^2-8角\times房\times尾\times甲^2$

$-4角^2\times房\times甲^2)乾^2+(-4心^2-4房\times尾^2+2角^2\times房)乾^4$

$丑\times寅\times卯+子\times丑\times卯+円^4\times寅^2+円^4\times子^2=辰$相消

$丑\times寅\times卯=2心(-乾^4+2甲^2\times乾^2-甲^4)(2角\times甲^2+2尾\times乾^2)$

$=-4角\times心\times甲^6+(8角\times心\times甲^4-4心\times尾\times甲^4)乾^2$

$+(-4角\times心\times甲^2+8心\times尾\times甲^2)乾^4-4心\times尾\times乾^6$

$子\times丑\times卯=-房\times2心(2角\times甲^2+2尾\times乾^2)$

$=-4角\times房\times心\times甲^2-4房\times心\times尾\times乾^2$

$円^4\times寅^2=角^2(-乾^4+2甲^2\times乾^2-甲^4)^2$

$=角^2(甲^8+乾^8+4甲^4\times乾^4-4甲^2\times乾^6-4甲^6\times乾^2+2甲^4\times乾^4)$

$= 角^2 \times 甲^8 - 4角^2 \times 甲^6 \times 乾^2 + 6角^2 \times 甲^4 \times 乾^4 - 4角^2 \times 甲^2 \times 乾^6 + 角^2 \times 乾^8$

$円^4 \times 子^2 = 角^2 \times 房^2$

$(-4角 \times 心 \times 甲^6 - 4角 \times 房 \times 心 \times 甲^2 + 角^2 \times 甲^8 + 角^2 \times 房^2)$

$+(8角 \times 心 \times 甲^4 - 4心 \times 尾 \times 甲^4 - 4房 \times 心 \times 尾 - 4角^2 \times 甲^6)乾^2$

$+(-4角 \times 心 \times 甲^2 + 8心 \times 尾 \times 甲^2 + 6角^2 \times 甲^4)乾^4$

$+(-4心 \times 尾 - 4角^2 \times 甲^2)乾^6 + 角^2 \times 乾^8 =$ 辰位相消

$(-4心^2 \times 甲^4 - 2角^2 \times 房 \times 甲^4 + 4角 \times 心 \times 甲^6 + 4角 \times 房 \times 心 \times 甲^2$

$-角^2 \times 甲^8 - 角^2 \times 房^2) + (8心^2 \times 甲^2 - 8角 \times 房 \times 尾 \times 甲^2 - 4角^2 \times 房 \times 甲^2$

$-8角 \times 心 \times 甲^4 + 4心 \times 尾 \times 甲^4 + 4房 \times 心 \times 尾 + 4角^2 \times 甲^6)乾^2$

$(-4心^2 - 4房 \times 尾^2 + 2角^2 \times 房 + 4角 \times 心 \times 甲^2 - 8心 \times 尾 \times 甲^2 - 6角^2 \times 甲^4)乾^4$

$+(4心 \times 尾 + 4角^2 \times 甲^2)乾^6 - 角^2 \times 乾^8 = 0 \cdots$ 退後式

(進前式) $\times$ 角　$-角 \times 亢 + 2角 \times 氐 \times 乾^2 - 角^2 \times 乾^4 = 0$　退後式から 乾^8 を消去する

$-女 + 4牛 \times 乾^2 + (角 \times 亢 - 4心^2 - 4房 \times 尾^2 + 2角^2 \times 房 + 4角 \times 心 \times 甲^2$

$-8心 \times 尾 \times 甲^2 - 6角^2 \times 甲^4)乾^4 + (-2角 \times 氐 + 4心 \times 尾 + 4角^2 \times 甲^2)乾^6 = 0$

乾 $= x$ とする

$-亢 + 2氐 \times x - 角 \times x^2 = 0$

$-女 + 4牛 \times x - 計 \times x^2 + 2箕 \times x^3 = 0$

$(-2氐 \times 女 - 4亢 \times 牛) + (-角 \times 女 + 亢 \times 計)x - 2亢 \times 箕 \times x^2 = 0$

$(-角 \times 女 + 亢 \times 計) + (-2亢 \times 箕 + 4角 \times 牛 - 2氐 \times 計)x + 4氐 \times 箕 \times x^2 = 0$

$-2亢 \times 箕 + 4氐 \times 箕 x - 2角 \times 箕 x^2 = 0$

$-虚 + 危 x - 2亢 \times 箕 x^2 = 0$

$危 - 2室 x + 4氐 \times 箕 x^2 = 0$

$-亢 + 2氐 x - 角 x^2 = 0$

$-2虚 \times 室 \times 角$　$-4危 \times 氐 \times 亢 \times 箕$　$-4危 \times 氐 \times 亢 \times 箕$

$8虚 \times 氐^2 \times 箕$　$虚^2 \times 角$　$4亢^2 \times 室 \times 箕$

参考文献

[1] 京都大学理学部数学教室所蔵 『算法発揮』

[2] 東北大学和算ポータル 岡本文庫 『算法発揮』

[3] 藤井康生著 「研幾算法術文の注」 数学史研究 175,176 号合併号 2002 年 10 月〜12 月，2003 年 1 月〜3 月